

Übungsblatt 5

Aufgabe 1: Nutzenmaximierung im Ramsey Modell

Nehmen Sie an, die Präferenzen des Haushaltes sind durch die Nutzenfunktion

$$u(c(t)) = \frac{c(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \quad \text{mit } \theta \neq 1 \text{ und } \theta \geq 0$$

abgebildet und die Vermögenswerte des Haushaltes entwickeln sich gemäß der Gleichung

$$\dot{a}(t) = (r(t) - \delta)a(t) + w(t) - c(t).$$

Der Parameter θ in der Nutzenfunktion bezeichnet die Elastizität des Grenznutzens. Alle anderen Variablen und Parameter sind wie in der Vorlesung definiert.

Formulieren Sie das dynamische Optimierungsproblem inklusive geeigneter Nebenbedingungen und leiten Sie mit Hilfe der Hamiltonfunktion in laufenden Werten die Euler-Gleichung des Konsums (Keynes-Ramsey Regel) her.

Aufgabe 2: Lokale Stabilität im Ramsey Modell ohne technologischen Fortschritt

Gegeben sind die folgenden zwei Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= f(k(t)) - (n + \delta)k(t) - c(t), \\ \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} &= \frac{1}{\theta} (f'(k(t)) - \delta - \rho). \end{aligned}$$

- Linearisieren Sie dieses Gleichungssystem um den steady state (k^*, c^*) mittels einer Taylorreihen-Erweiterung.
- Zeigen Sie analytisch, dass das System sattelpfadstabil ist.