Übungsblatt 6

Aufgabe 1: Technologischer Fortschritt im Ramsey-Modell.

In diesem Model ist folgende Produktionsfunktion mit konstanten Skalenerträgen in den Produktionsfaktoren Kapital und Arbeit gegeben

$$Y(t) = F(K(t), A(t)L(t))$$

und die Technologie entwickelt sich gemäß

$$A(t) = A(0)e^{gt}.$$

Der repräsentative Haushalt möchte seinen Nutzen über einen unendlichen Zeithorizont maximieren und seine Präferenzen sind durch die Nutzenfunktion

$$u\big(c(t)\big) = \frac{c(t)^{1-\theta} - 1}{1-\theta} \text{ mit } \theta \neq 1 \text{ und } \theta \geq 0$$

abgebildet. Weiterhin wächst die Bevölkerung, $L(t)$, mit der Rate n und die Zeitpräferenzrate, ρ, ist positiv. Kapital wird mit der Rate $\delta > 0$ abgeschrieben.

a) Im Model ohne technologischen Fortschritt lautet die Euler-Gleichung des Konsums

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{1}{\theta}\big(r(t) - \rho\big)$$

und der Kapitalstock akkumuliert gemäß folgender Gleichung

$$\dot{k}(t) = f\big(k(t)\big) - (n+\delta)k(t) - c(t).$$

Nehmen Sie an, dass auf den Märkten für Kapital und Arbeit Wettbewerb herrscht und die Unternehmen Profitmaximierung anstreben. Leiten Sie nun ausgehend von diesen beiden Gleichungen zwei Bewegungsgleichungen her aus denen sich (implizit) die steady state Werte für die Variablen in Effizienzeinheiten bestimmen lassen (also für $\hat{c}(t) = \frac{C(t)}{A(t)L(t)}$ und $\hat{k}(t) = \frac{K(t)}{A(t)L(t)}$).

b) Wie entwickelt sich der pro-Kopf Konsum, $c(t)$, auf dem gleichgewichtigen Wachstumspfad?

c) Entwickeln Sie ausgehend von den in Aufgabenteil a) hergeleiteten Gleichungen für $\hat{c}(t)$ und $\hat{k}(t)$ das Phasendiagramm dieses Modells.

Aufgabe 2: Steuern im Ramsey-Modell.

Das Modell ist identisch mit dem aus Aufgabe 1. Nehmen Sie jedoch zusätzlich an, dass in der Volkswirtschaft eine lineare Kapitalertragsteuer, τ, eingeführt wird, die als pauschaler Transfer, V, an die Haushalte zurückgegeben wird.

a) Lösen Sie das zugrundeliegende dynamische Optimierungsproblem des Haushaltes mit Methoden der optimalen Steuerungstheorie. (Bedenken Sie bei Ihrem Ansatz insbesondere wie sich die Budgetbeschränkung des Haushaltes aufgrund dieser zusätzlichen Annahmen ändert.)

b) Wie lautet nun die Euler-Gleichung des Konsums in Effizienzeinheiten und welche Werte ergeben sich für $\hat{c}$ und (implizit) für $\hat{k}$ im steady state? Vergleichen Sie Ihre Ergebnisse mit denen aus Aufgabe 1a).

c) Wie entwickelt sich der pro-Kopf Konsum in diesem Model auf dem gleichgewichtigen Wachstumspfad? Gibt es einen Unterschied zu dem Ergebnis in Aufgabe 1b)?