

Übungsblatt 7

Aufgabe 1: Herleitung der Mincer-Gleichung.

Nehmen Sie an, dass in der Volkswirtschaft die Individuen einen Teil ihrer Zeit, $s(t) \in [0, 1]$, nutzen, um durch Schulbesuche in ihre Ausbildung zu investieren. Während dieser Zeit stehen sie dem Arbeitsmarkt nicht zur Verfügung. Weiterhin sei angenommen, dass die Individuen während eines Zeitraums S ihre komplette zur Verfügung stehende Zeit für Schulbesuch nutzen, $s(t) = 1$, anschließend jedoch kein weiterer Schulbesuch stattfindet, so dass in diesem Zeitraum $s(t) = 0$ ist. Nach Abschluss des Schulbesuches haben die Individuen ein Bildungsniveau (Humankapital) in Höhe von $h(S) = \eta(S)$. Dieses entwickelt sich gemäß der Gleichung $\dot{h}(t) = g_h h(t)$ mit $g_h \geq 0$. Die Lohnentwicklung ist gegeben durch $\dot{w}(t) = g_w w(t)$ mit einem Anfangswert von $w(0) > 0$. Weiterhin gilt folgende Ungleichung: $g_w + g_h < r + \nu$, wobei ν für die Sterberate steht.

- a) Zeigen Sie nun, dass das Maximierungsproblem

$$\max_S \int_S^\infty e^{-(r+\nu)t} w(t) h(t) dt$$

äquivalent ist zu

$$\max_S \frac{\eta(S) w(0) e^{-(r+\nu-g_w)S}}{r + \nu - g_h - g_w}.$$

- b) Lösen Sie das Optimierungsproblem und interpretieren Sie die Bedingung erster Ordnung.
- c) Leiten Sie ausgehend von Ihrem Ergebnis in b) die Mincer-Gleichung

$$\ln W_j = \text{constant} + \gamma_s S_j + \gamma_e \text{experience}_j$$

aus dem Lehrbuch her.

Aufgabe 2: AK Modell.

Die Präferenzen und die Budgetrestriktion des Haushaltes sind identisch mit denen im Ramsey-Modell. Demnach gilt auch weiterhin die folgende Euler-Gleichung des Konsums

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = \frac{r(t) - \rho}{\theta}.$$

Ein Unterschied im Vergleich zum Ramsey-Modell besteht in der Produktionsfunktion, die nun gegeben ist durch $Y(t) = AK(t)$ mit $A > 0$.

- a) Sind die Inada-Bedingungen für diese Produktionsfunktion erfüllt?
- b) Nehmen Sie an, dass die Unternehmen ihren Profit maximieren. Wie lautet die Euler-Gleichung des Konsums? Interpretieren Sie diese Gleichung.
- c) Wie lauten die Kapitalakkumulationsgleichung und die Transversalitätsbedingung im Gleichgewicht? Lösen Sie unter der Annahme, dass die Parameterrestriktion

$$A > \rho + \delta > (A - \delta)(1 - \theta) + \theta n + \delta$$

gilt, die Differentialgleichung für $k(t)$. Was sind die Wachstumsraten für $k(t)$ und $y(t)$?

- d) Leiten Sie einen expliziten Ausdruck für die Sparquote in der Volkswirtschaft her.
- e) Skizzieren Sie das Phasendiagramm für dieses Modell.