Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät Wirtschaftswissenschaften
Institut für Wirtschaftspolitik und Wirtschaftsforschung
Lehrstuhl Wirtschaftspolitik
Prof. Dr. Ingrid Ott

Probeklausur zur Vorlesung Endogene Wachstumstheorie

Name: ....

Matrikelnummer: ....

Studiengang: ....

Semesterzahl: ....

Arbeitshinweise

Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten. Alle Aufgaben sind zu bearbeiten und gehen gleichgewichtig in die Bewertung ein. Eintragungen auf den Aufgabenblättern werden nicht gewertet. Bitte achten Sie auf Übersichtlichkeit und Lesbarkeit Ihrer Ausführungen. Die Aufgabenblätter können Sie nach Klausurende mitnehmen.

Viel Erfolg!

Ergebnis (wird ausgefüllt)

Aufgabe 1: ......

Aufgabe 2: ......

Aufgabe 3: ......

$\sum$ ......

Note: ......

Probeklausur zur Vorlesung Endogene Wachstumstheorie
Aufgabenblatt

Aufgabe 1

In einem Ramsey-Modell, in dem es keinen technologischen Fortschritt gibt, löst der repräsentative Haushalt folgendes Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{\{c(t)\}_{t=0}^{\infty}} U(0) = \int_0^{\infty} \ln c(t) e^{-(\rho-n)t} dt$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{a}(t) = (r(t) - n)a(t) + w(t) - c(t), \quad (a(0) \text{ ist gegeben})$$

und

$$\lim_{t\to\infty} a(t)e^{-\int_0^t (r(s)-n)ds} \geq 0.$$

Der Parameter ρ steht hier für die Zeitpräferenzrate und $c(t)$ steht für den pro-Kopf Konsum zum Zeitpunkt t. Weiterhin wächst die Bevölkerung, $L(t)$, mit der Rate n und es gilt $n < \rho$. Der Zinssatz und der Lohn sind mit $r(t)$ und $w(t)$ bezeichnet und $a(t)$ steht für die individuellen Vermögenswerte des Haushaltes. Für die Produktionsfunktion in dieser Volkswirtschaft gelten die Standardannahmen, $k(t)$ bezeichnet das pro-Kopf Kapital, und die Firmen verfolgen das Ziel der Profitmaximierung. Für die Abschreibungsrate des Kapitals gilt $\delta = 0$, und die notwendigen Bedingungen für das Profitmaximierungsproblem sind somit

$$\begin{aligned} f'(k(t)) &= r(t) \\ \text{und} \qquad f(k(t)) - k(t)f'(k(t)) &= w(t). \end{aligned}$$

a) Stellen Sie die Hamiltonfunktion auf, und zeigen Sie, dass die Lösung des Nutzenmaximierungsproblems die folgende Euler-Gleichung des Konsums (Keynes-Ramsey Regel) für die Entwicklung des pro-Kopf Konsums impliziert:

$$\frac{\dot{c}(t)}{c(t)} = r(t) - \rho.$$

b) Geben Sie Sie eine kurze ökonomische Erklärung für diese Regel.

Aufgabe 2

Die in Aufgabe 1 getroffenen Annahmen gelten weiterhin. Somit kann die Dynamik der Volkswirtschaft in diesem Modell durch die beiden Differentialgleichungen

$$\begin{aligned} \dot{k}(t) &= f(k(t)) - nk(t) - c(t) \\ \text{und} \qquad \frac{\dot{c}(t)}{c(t)} &= \big(f'(k(t) - \rho\big) \end{aligned}$$

charakterisiert werden.

a) Leiten Sie mit Hilfe dieser beiden Gleichungen das Phasendiagramm her. Nehmen Sie an, dass sich die Volkswirtschaft zu Beginn zwar nicht im steady state jedoch auf dem Sattelpfad befindet, und charakterisieren Sie sowohl grafisch als auch in Worten den Anpassungsprozess hin zum Gleichgewicht. Wie ist der weitere dynamische Verlauf wenn zum Ausgangszeitpunkt stattdessen $c(t_0) < c^*$ und $k(t_0) > k^*$ gilt?

b) Analysieren Sie nun in einem neuen Phasendiagramm die Auswirkungen einer unerwarteten permanenten Senkung der Zeitpräferenzrate auf $\rho' < \rho$. Geben Sie eine kurze ökonomische Erklärung für Ihr Ergebnis.

Aufgabe 3

a) Skizzieren und erläutern Sie den dynamischen Anpassungsprozess im Solow-Modell ohne technologischen Fortschritt.

b) Im Solow-Modell, das um Humankapital erweitert wurde, sind die eindeutigen Gleichgewichtswerte für das physische Kapital in Effizienzeinheiten, $\hat{k}^*$, und das Humankapital, $\hat{h}^*$, in Effizienzeinheiten gegeben durch

$$\hat{k}^* = \left[\left(\frac{s_k}{\delta_k + g + n} \right)^{1-\beta} \left(\frac{s_h}{\delta_h + g + n} \right)^{\beta} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}}$$

$$\hat{h}^* = \left[\left(\frac{s_k}{\delta_k + g + n} \right)^{\alpha} \left(\frac{s_h}{\delta_h + g + n} \right)^{1-\alpha} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} .$$

Für die Parameter α und β gilt: $0 < \alpha < 1, 0 < \beta < 1$ und $\alpha + \beta < 1$. Die Wachstumsraten des technologischen Fortschritts, g, und der Bevölkerung, n, sind positiv, und die Abschreibungsraten für das physische, δ_k, und das Humankapital, δ_h, liegen im Intervall $(0, 1)$; gleiches gilt für die Sparquoten für das physische und das Humankapital, s_k und s_h.

Wie verändern sich die Gleichgewichtswerte $\hat{k}^*$ und $\hat{h}^*$, wenn die Sparquote für das Humankapital permanent auf einen höheren Wert ansteigt?

c) Das AK-Modell ist besser geeignet als das Ramsey- oder Solow-Modell, um sowohl absolute als auch bedingte Konvergenz zu erklären. Stimmen Sie dieser Aussage zu? Begründen Sie Ihre Antwort ökonomisch.

d) Stellen Sie die Mincer-Gleichung auf, und erläutern Sie die ökonomische Bedeutung dieser Gleichung.