

Übungsblatt 6

Aufgabe 1: **Steuern und Staatskonsum im Ramsey-Modell — Optimierungsproblem**

In einem Ramsey-Modell löst der repräsentative Haushalt folgendes Nutzenmaximierungsproblem

$$\max_{\{c(t)\}_{t=0}^{\infty}} U(0) = \int_0^{\infty} \ln c(t) e^{-(\rho-n)t} dt$$

unter den Nebenbedingungen

$$\dot{a}(t) = (r(t) - n)a(t) + w(t) - c(t), \quad a(0) \text{ ist gegeben,}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) e^{-\int_0^t (r(s)-n) ds} \geq 0$$

und

$$c(t) \geq 0.$$

Der Parameter ρ steht hier für die Zeitpräferenzrate und $c(t)$ steht für den pro-Kopf Konsum zum Zeitpunkt t . Weiterhin wächst die Bevölkerung, $L(t)$, mit der Rate n und es gilt $\rho > n$. Der Zinssatz und der Lohn sind mit $r(t)$ und $w(t)$ bezeichnet und $a(t)$ steht für die individuellen Vermögenswerte des Haushaltes.

- a) Erweitern Sie das Modell nun um eine konstante lineare Kapitalertragsteuer, τ , staatlichen Konsum, $G(t)$, und pauschale (lump-sum) Transfers an die Haushalte, $V(t)$. Nehmen Sie an, dass die Regierung ihre Ausgaben komplett finanziert und somit ein ausgeglichenes Budget betreibt. Wie muss das obige Problem unter diesen Annahmen angepasst werden?
- b) Stellen Sie die Hamiltonfunktion in laufenden Werten für dieses neue Problem auf, und leiten Sie die Euler-Gleichung des Konsums (Keynes-Ramsey-Regel) für die Entwicklung des pro-Kopf-Konsums her.
- c) Geben Sie eine kurze ökonomische Erklärung für die Keynes-Ramsey-Regel.

Aufgabe 2: Steuern und Staatskonsum im Ramsey-Modell — Phasendiagramm

Die in Aufgabe 1 getroffenen Annahmen zum um Staatsaktivität erweiterten Modell gelten weiterhin.

- a) Die Dynamik dieser Volkswirtschaft kann dann durch ein System von Differentialgleichungen für den pro-Kopf-Konsum, $c(t)$, und das pro-Kopf-Kapital, $k(t)$, beschrieben werden. Stellen Sie dieses System auf. Gehen Sie hierbei von einer neoklassischen Produktionsfunktion und von einer Abschreibungsrate des Kapitals von $\delta > 0$ aus.
- b) Leiten Sie mit Hilfe dieser beiden Differentialgleichungen das Phasendiagramm für den Fall $g = 0$ her. Nehmen Sie an, dass sich die Volkswirtschaft zum Zeitpunkt $t = t_0$ zwar nicht im steady state jedoch auf dem Sattelpfad befindet, und charakterisieren Sie sowohl grafisch als auch in Worten den Anpassungsprozess hin zum Gleichgewicht.
- c) Analysieren Sie nun ausgehend vom steady state im gleichen Phasendiagramm die Auswirkungen einer unerwarteten permanenten Erhöhung der Kapitalertragsteuer auf $\tau' > \tau$. Geben Sie eine kurze ökonomische Erklärung für Ihr Ergebnis.
- d) Welche Auswirkungen ergeben sich, wenn der Staatskonsum permanent und unerwartet auf ein höheres Niveau $g' > g = 0$ steigt? Veranschaulichen Sie Ihre Ergebnisse wiederum ausgehend vom Gleichgewicht in einem neuen Phasendiagramm. Nehmen Sie hierfür an, dass die Kapitalertragsteuer wieder auf ihrem ursprünglichen Niveau τ ist.